



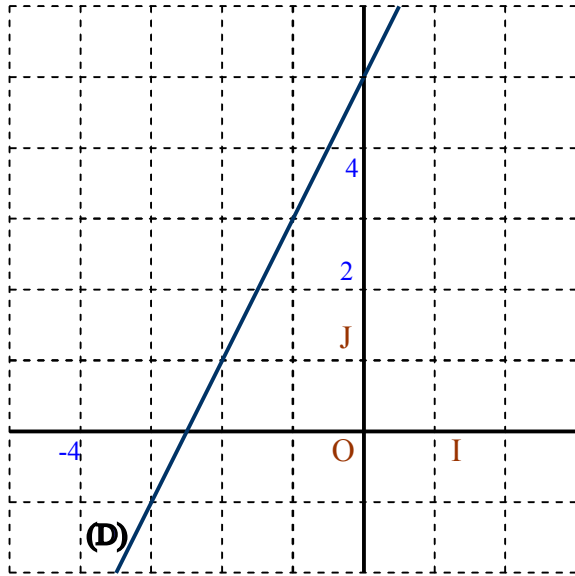
مادة : الرياضيات  
المعامل : 3  
مدة الإنجاز : ساعتان

1

2

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير المبرمجة

السيف



**التمرين الأول : (6,5 ن)**

**الجزء A :**

لتكن (S) النظام  

$$\begin{cases} -x + y = 3 \\ -3x + y = -1 \end{cases}$$

- (1) هل الزوج (1,1) حل للنظمة (S) ؟ (علل جوابك) **0,5 ن**  
 (2) حل للنظمة (S). **2 ن**

**الجزء B :**

(1) نعتبر الدالة الخطية f حيث :  $f(x) = \frac{1}{3}x$

- (أ) حدد صورة العدد 6 بالدالة f. **1 ن**  
 (ب) حدد العدد الذي صورته بالدالة f ، هي 1. **1 ن**  
 (ج) ما هو معامل الدالة f ؟ **0,5 ن**

(2) يمثل المستقيم (D) جانبه مبيان دالة تألفية g

- في معلم متعامد ممنظم (O I J) ،  
 (أ) حدد مبيانيا g(-3) و g(-1) **1 ن**  
 (ب) بين أن :  $g(x) = 2x + 5$  **0,5 ن**

**التمرين الثاني : (4 ن)**

في المستوى المنسوب لمعلم متعامد ممنظم (O, I J) نعتبر النقطتين A(2, 0) و B(0, 3)

- (1) (أ) أنشئ النقطتين A و B **0,5 ن**  
 (ب) احسب المسافة AB **0,5 ن**  
 (2) نعتبر النقطة O'(3, 3) و النقطتين A' و B' صورتا A و B على التوالي بالإزاحة التي تحول O إلى O'.  
 (أ) حدد بدون حساب ، المسافة A'B'. (علل جوابك) **1 ن**  
 (ب) ما هو قياس الزاوية A'O'B' ؟ (علل جوابك) **1 ن**  
 (ج) حدد إحداثيتي المتجهة  $\overrightarrow{AB'}$  **1 ن**

**التمرين الثالث : (3,5 ن)**

نعتبر المستوى منسوباً لمعلم متعامد ممنظم (O, I J) .

يرصد الجدول التالي المعادلات المختصرة لخمس مستقيمات :

(D <sub>5</sub> )	(D <sub>4</sub> )	(D <sub>3</sub> )	(D <sub>2</sub> )	(D <sub>1</sub> )	المستقيمات
$y = -3x - 1$	$y = -2x + 4$	$y = \frac{-1}{3}x + 2$	$y = 3x + 1$	$y = 2x - 4$	المعادلات

- (1) (أ) هل النقطة E(2, 0) تنتمي إلى المستقيم (D<sub>1</sub>) **0,5 ن**  
 (ب) أنشئ المستقيم (D<sub>1</sub>). **1 ن**  
 (2) (أ) بين أن المستقيمين (D<sub>2</sub>) و (D<sub>3</sub>) متعامدان. **1 ن**  
 (ب) هل المستقيمان (D<sub>1</sub>) و (D<sub>4</sub>) متوازيان ؟ (علل جوابك) **0,5 ن**  
 (3) ماذا يمثل ، هندسيا ، حل النظمة  $\begin{cases} y = -2x + 4 \\ y = -3x - 1 \end{cases}$  ؟ ( حل النظمة غير مطلوب) **0,5 ن**



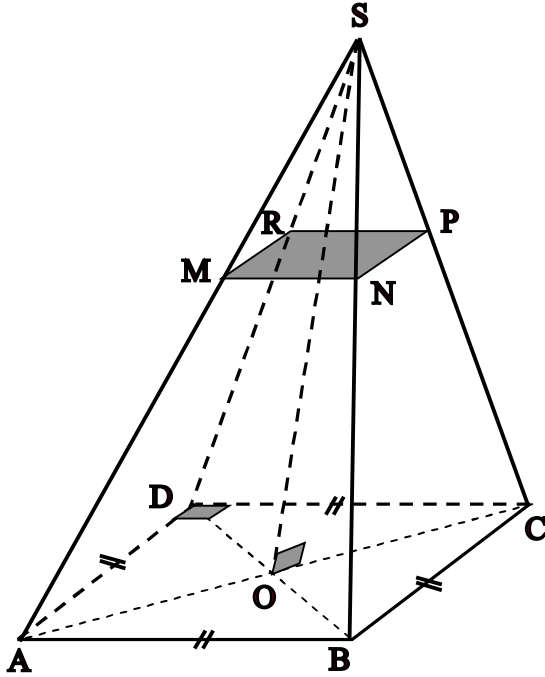
مادة : الرياضيات  
المعامل : 3  
مدة الإنجاز : ساعتان

2

2

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير المبرمجة

السفرط



**التمرين الرابع : (3 ن)**

في الشكل جانبه،  $SABCD$  هرم منتظم، رأسه  $S$ ، و قاعدته المربع  $ABCD$  الذي مركزه النقطة  $O$ ، حيث  $BC = 4$  و الارتفاع  $SO$  يساوي 6

(1) أ) احسب حجم الهرم  $SABCD$

ب) تحقق أن  $AC = 4\sqrt{2}$

(2) نعتبر المستوى  $(NPR)$  الموازي للمستوى  $(BCD)$

و المار من النقطة  $M$  حيث  $SM = \frac{1}{3}SA$ ،

فحصل على الهرم  $SMNPR$  كتصغير للهرم  $SABCD$ .

أ) بين أن  $MN = \frac{1}{3}AB$

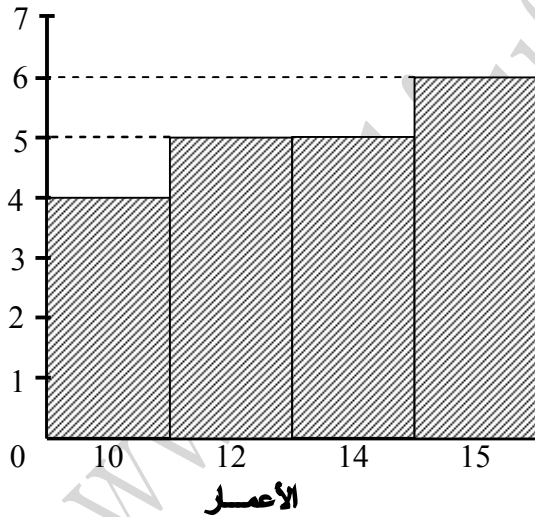
ب) استنتج حجم الهرم  $SMNPR$

1 ن  
0,5 ن

0,75 ن

0,75 ن

الصيكت



**التمرين الخامس : (3 ن)**

يمثل المخطط جانبه متسلسلة إحصائية ترصد عدد المنخرطين بأحد نوادي السباحة حسب أعمارهم.

(1) أتمم الجدول التالي :

15	14	12	10	الأعمار
		5		عدد المنخرطين

0,5 ن

(2) ما هو العدد الإجمالي للمنخرطين في هذا النادي ؟

(3) تحقق أن متوسط العمر (أي المعدل الحسابي للمتسلسلة) هو 13.

0,5 ن  
1 ن

(4) تم تسجيل 4 منخرطين جدد لهم نفس السن (نرمز له بـ  $x$ )، فازداد متوسط العمر بنصف سنة بالظبط.

أ) بين أن :  $4x + 260 = 324$

ب) حدد سن المنخرطين الجدد

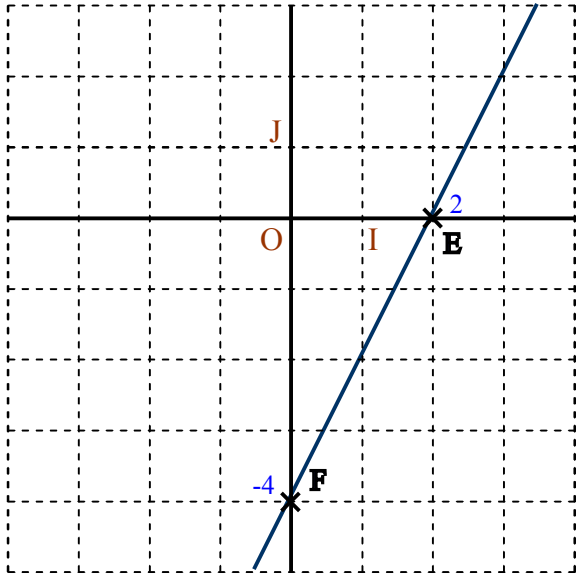
0,5 ن  
0,5 ن

## حلول مقترحة

	<b>التمرين الأول : (6,5 ن)</b>
<p><b>الجزء A:</b></p> <p>لتكن (S) النظام</p> $\begin{cases} -x + y = 3 \\ -3x + y = -1 \end{cases}$	
<p>(1) نعوض <math>x=1</math> و <math>y=1</math> فنجد : <math>-1+1=0 \neq 3</math> ، إذن : (1,1) ليس حلا للنظمة.</p>	
<p>(2) لنحل النظام (S) : لدينا :</p> $\begin{cases} -x + y = 3 \\ -3x + y = -1 \end{cases}$ <p>منه : <math>y=3+x</math> : منه <math>\begin{cases} -x + y = 3 \\ -3x + y = -1 \end{cases}</math> : منه <math>\begin{cases} y=3+x \\ -3x+3+x=-1 \end{cases}</math></p> $\begin{cases} y=3+2=5 \\ x=2 \end{cases}$ : منه $\begin{cases} y=3+x \\ x=-4 \\ -2x=-4 \end{cases}$ : منه $\begin{cases} y=3+x \\ 2x=-1-3 \end{cases}$ : منه $\begin{cases} y=3+x \\ x=-2 \end{cases}$ <p>بالتالي حل النظام هو الزوج : (2,5)</p>	
<p><b>الجزء B:</b></p> $f(x) = \frac{1}{3}x$	
<p>(أ) <math>f(6) = \frac{6}{3} = 2</math></p>	
<p>(ب) ليكن <math>a</math> العدد الذي صورته بالدالة <math>f</math> ، هي 1 ، إذن : <math>f(a) = 1</math> منه <math>\frac{a}{3} = 1</math> منه : <math>a = 3</math></p>	
<p>(ج) معامل الدالة <math>f</math> هو <math>\frac{1}{3}</math></p>	
<p>(2) (أ) مبيانيا نجد : <math>g(-3) = -1</math> و <math>g(-1) = 3</math></p> <p>(ب) لنبين أن : <math>g(x) = 2x + 5</math></p> <p>معامل الدالة <math>g</math> هو : <math>a = \frac{g(-3) - g(-1)}{-3 - (-1)} = \frac{-1 - 3}{-3 + 1} = \frac{-4}{-2} = 2</math> ، إذن : <math>g(x) = 2x + p</math></p> <p>ولدينا <math>g(-1) = 3</math> و <math>g(-1) = -2 + p</math> ، منه : <math>-2 + p = 3</math> منه : <math>p = 3 + 2 = 5</math></p> <p>بالتالي : <math>g(x) = 2x + 5</math></p>	
<p>(ب) لنحسب <math>AB</math></p> $AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$ $AB = \sqrt{(0 - 2)^2 + (3 - 0)^2} = \sqrt{4 + 9} = \sqrt{13}$	<p>(1) أ</p>
<p>(2) أ) بما أن الإزاحة تحافظ على المسافة بين نقطتين فإن :</p> $A'B' = AB = \sqrt{13}$	<p>(ب) بما أن الإزاحة تحافظ على قياس الزوايا فإن :</p> $A\hat{O}B' = A\hat{O}B = 90^\circ$
<p>(2) ج) بما أن النقطتين <math>A'</math> و <math>B'</math> صورتي <math>A</math> و <math>B</math> بإزاحة، فإن : <math>\vec{A'B'} = \vec{AB}</math></p> <p>وبما أن : <math>\vec{AB}(x_B - x_A ; y_B - y_A)</math> أي <math>\vec{AB}(-2 ; 3)</math></p> <p>فإن : <math>\vec{A'B'}(-2 ; 3)</math></p>	<p>(4 ن) التمرين الثاني :</p>

$(D_5)$	$(D_4)$	$(D_3)$	$(D_2)$	$(D_1)$	المستقيمات
$y = -3x - 1$	$y = -2x + 4$	$y = \frac{-1}{3}x + 2$	$y = 3x + 1$	$y = 2x - 4$	المعادلات

(1 أ) لدينا :  $2x_E - 4 = 2 \times 2 - 4 = 4 - 4 = 0$  و  $y_E = 0$  إذن :  $y_E = 2x_E - 4$  منه :  $E \in (D_1)$



(ب) لإنشاء المستقيم  $(D_1)$ ، يجب تحديد نقطتين تنتميان إليه، ولدينا

حسب السؤال السابق  $E \in (D_1)$

إذن سنحدد نقطة أخرى  $F \in (D_1)$ ، نختار  $x_F = 0$  منه :

$$F(0, -4) : \text{منه } y_F = 2x_F - 4 = 2 \times 0 - 4 = -4$$

إذن المستقيم  $(D_1)$  هو المستقيم المار بالنقطتين  $E$  و  $F$ .

(2 أ) لنبين أن المستقيمين  $(D_2)$  و  $(D_3)$  متعامدان .

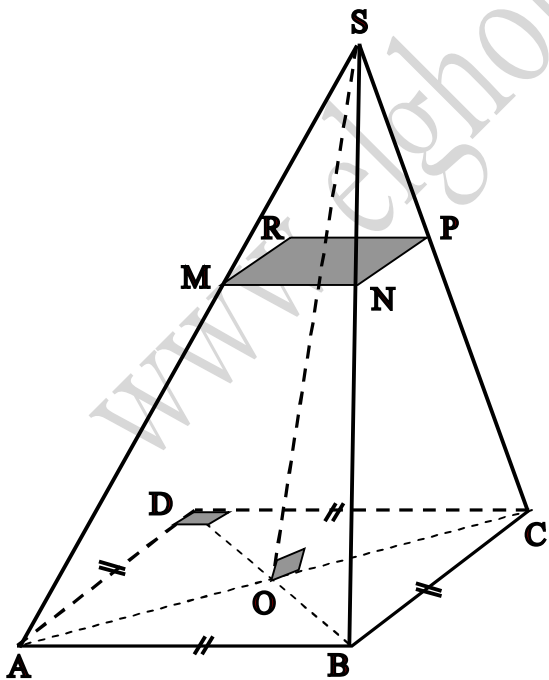
لدينا ميل المستقيم  $(D_2)$  هو : 3 و ميل ميل المستقيم  $(D_3)$  هو  $\frac{-1}{3}$  ، و بما أن :  $3 \times \frac{-1}{3} = \frac{-3}{3} = -1$

فإن :  $(D_2) \perp (D_3)$

(ب) لدينا ميل المستقيم  $(D_1)$  هو : 2 و ميل ميل المستقيم  $(D_4)$  هو  $-2$  ، و بما أن :  $-2 \neq 2$  فإن  $(D_4)$  و  $(D_1)$  غير متوازيان .

(1 أ) حل النظمة  $\begin{cases} y = -2x + 4 \\ y = -3x - 1 \end{cases}$  يمثل هندسيا نقطة تقاطع المستقيمين  $(D_3)$  و  $(D_4)$

$SABCD$  هرم منتظم ، رأسه  $S$  ، وقاعدته المربع  $ABCD$  الذي مركزه النقطة  $O$  ، حيث  $BC = 4$  و الارتفاع  $SO = 6$



(أ) لنحسب حجم الهرم  $SABCD$

ارتفاع الهرم هو  $OS$  و قاعدته  $ABCD$

$$V = \frac{OS \times S_{ABCD}}{3}$$

$$V = \frac{OS \times (BC \times BC)}{3}$$

حجمه هو :

$$V = \frac{6 \times 16}{3} = \frac{2 \times 16}{1} = 32$$

(ب) لنبين أن  $AC = 4\sqrt{2}$

باستعمال مبرهنة فيثاغورس المباشرة في المثلث القائم الزاوية

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 4^2 + 4^2$$

$$AC^2 = 16 + 16$$

$ABC$  ، نجد :

$$AC^2 = 32$$

$$AC = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

$$(2) \text{ أ) لنبين أن } MN = \frac{1}{3} AB$$

في المستوى  $(SAB)$ ، في المثلث  $SAB$  لدينا  $M \in (SA)$  و  $N \in (SB)$  و  $(MN) \parallel (AB)$  لأن:  $(MNPR) \parallel (ABCD)$  إذن حسب خاصية طاليس المباشرة:  $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{MN}{AB}$  و بما أن  $SM = \frac{1}{3} SA$  فإن:  $\frac{SM}{SA} = \frac{1}{3}$

$$\text{إذن: } \frac{MN}{AB} = \frac{1}{3} \text{ أي: } MN = \frac{1}{3} AB$$

ب) لنحسب حجم الهرم  $SMNPR$  بما أن الهرم  $SMNPR$  هو تصغير للهرم  $SABCD$

$$V_{SMNPR} = \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times V_{SABCD}$$

$$V_{SMNPR} = \frac{1}{27} \times 32 \quad \text{و حيث أن نسبة التصغير هي } \frac{1}{3} \text{ فإن حجمه هو:}$$

$$V_{SMNPR} = \frac{32}{27}$$

(1) تتمة الجدول:

15	14	12	10	الأعمار
<b>6</b>	<b>5</b>	5	<b>4</b>	عدد المنخرطين

(2) العدد الإجمالي للمنخرطين في هذا النادي:  $4 + 5 + 5 + 6 = 20$

$$(3) \text{ متوسط العمر هو: } m = \frac{10 \times 4 + 12 \times 5 + 14 \times 5 + 15 \times 6}{4 + 5 + 5 + 6} = \frac{40 + 60 + 70 + 90}{20} = \frac{260}{20} = 13$$

(4) أ) بعد تسجيل 4 منخرطين جدد لهم نفس السن  $x$  يصبح لدينا:

x	15	14	12	10	الأعمار
<b>4</b>	<b>6</b>	<b>5</b>	5	<b>4</b>	عدد المنخرطين

$$m = \frac{10 \times 4 + 12 \times 5 + 14 \times 5 + 15 \times 6 + 4 \times x}{4 + 5 + 5 + 6 + 4} = \frac{40 + 60 + 70 + 90 + 4x}{24} = \frac{260 + 4x}{24}$$

و بما أنه ازداد بنصف سنة بالظبط، أي أصبح 13,5، فإن:  $\frac{260 + 4x}{24} = 13,5$  منه:  $260 + 4x = 13,5 \times 24$

$$\text{بالتالي: } 260 + 4x = 324$$

$$260 + 4x = 324$$

$$4x = 324 - 260$$

بالتالي عدد المنخرطين الجدد هو: 16

$$4x = 64$$

ب) لدينا:

$$x = \frac{64}{4}$$

$$x = 16$$