

OLYMPIADES DE MATHÉMATIQUES

2011

1 / 1

Exercice 1

Soient x et y deux nombres réels tels que : $x^2 + xy + y^2 = 4$ et

$$x^4 + x^2y^2 + y^4 = 8$$

Calculer $x^6 + x^3y^3 + y^6$.

Exercice 2

Soient a_1, a_2, \dots, a_n des nombres réels strictement positifs tels que

$$a_1 \cdot a_2 \cdots a_n = 1$$

Montrer que : $(4+a_1)(4+a_2)\cdots(4+a_n) \geq 5^n$.

Exercice 3

Soient a, b et c les longueurs des côtés d'un triangle telles que :

$$a^2 + b^2 > 5c^2$$

Montrer que c est la longueur de plus petit côté de ce triangle.

Exercice 4

Deux cercles (C_1) et (C_2) se coupent en A et B la tangente au cercle (C_2) passant par A coupe le cercle (C_1) en un point C et la tangente au cercle (C_1) passant par A coupe le cercle (C_2) en un point D la demi-droite passant par A (intérieure à l'angle $C\hat{A}D$) coupe respectivement les cercles (C_1) et (C_2) et le cercle circonscrit au triangle ACD en M, N et P .
Montrer que $AM = NP$.

التمرين 1

ليكن x و y عددين حقيقين بحيث $x^2 + xy + y^2 = 4$ و $x^4 + x^2y^2 + y^4 = 8$ و احسب $x^6 + x^3y^3 + y^6$.

التمرين 2

ليكن a_1, a_2, \dots, a_n أعدادا حقيقة موجبة قطعا بحيث $a_1 \cdot a_2 \cdots a_n = 1$ بين أن: $(4+a_1)(4+a_2)\cdots(4+a_n) \geq 5^n$.

التمرين 3

ليكن a, b و c أطوال أضلاع مثلث بحيث $a^2 + b^2 > 5c^2$ بين أن c هو طول أصغر ضلع لهذا المثلث.

التمرين 4

دائرتان (C_1) و (C_2) تتقاطعان في النقطتين A و B . المماس للدائرة (C_2) في نقطة A يقطع الدائرة (C_1) في نقطة C و المماس للدائرة (C_1) في نقطة B يقطع الدائرة (C_2) في نقطة D . ليكن (d) نصف المستقيم المار من A داخل الزاوية ($C\hat{A}D$) و (C) الدائرة المحاطة بالمثلث ACD . (d) يقطع الدوائر (C_1) و (C_2) و (C) في بين أن N و P على التوالي. $AM = NP$.