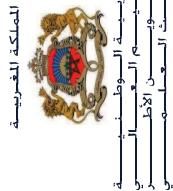




أولمبياد الرياضيات

2011

التدريب الأول من 21 إلى 25 في باب 4 ساعات الفرض الأول (مدة الاجاز 4 ساعات)



Exercice 1 (I.Voronovich)

Montrer qu'il n'existe pas de fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vérifiant la relation : $f(f(x)) = 1 - xf(x)$ pour tout x de \mathbb{R} .

Exercice 2 (Cesar Lupu ;Romania 2005,Croatia test 2006)

Soient a, b et c trois nombres réels strictement positifs vérifiant $(a+b)(b+c)(c+a)=1$

$$\text{Montrer que : } ab + bc + ca \leq \frac{3}{4}$$

Exercice 3 (Czech and Slovak MO)

Soit $ABCD$ un parallélogramme dont l'angle \hat{ABC} est obtus.
Dans le demi-plan BDC , on choisit un point P sur la diagonale $[AC]$ tel que $B\hat{P}D = \hat{ABC}$.

Montrer que la droite (CD) est tangente au cercle circonscrit au triangle BCP si et seulement si $AB = BD$.

Exercice 4 (Slovenia MC)

Trouver tous les réels $x \in [0, 2\pi[$ pour lesquels tous les termes

$$a_n = \frac{1}{\cos nx} \text{ de la suite } (a_n) \text{ sont des entiers.}$$

التمرين 1
يبين أنه لا توجد دالة $\rightarrow \mathbb{R} : f$ تتحقق العلاقة : $(x) = 1 - xf(x)$ لكل x من \mathbb{R} .

التمرين 2
لتكن a و b و c ثلاثة أعداد حقيقة موجبة قطعاً وتحقق $(a+b)(b+c)(c+a)=1$.
يبين أن : $ab + bc + ca \leq \frac{3}{4}$

التمرين 3
ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع زاويته \hat{ABC} منفرجة.
في نصف المستوى BDC ، نختار نقطة P على القطر $[AC]$ بحيث $\hat{BPD} = \hat{ABC}$.
يبين أن المستقيم (CD) مماس للدائرة المحيطة بالثلث BCP إذا وفقط إذا كان $.AB = BD$.

التمرين 4
أوجد جميع الأعداد الحقيقة x من المجال $[0, 2\pi[$ التي من أحاجها تكون جميع حدود المتتالية (a_n) أعداداً صحيحة حيث $a_n = \frac{1}{\cos nx}$