المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي

التدريب الأول من 21 إلى 25 يناير 2011
الفرض الأول (مدة الإنجاز 4 ساعات)

أولمبياد الرياضيات 2011

Exercice 1 (I.Voronovich) Montrer qu'il n'existe pas de fonction $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ vérifiant la relation : $f\left(f(x)\right)=1-xf(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.	**التمرين 1** بين أنه لا توجد دالة $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ تحقق العلاقة : $f\left(f(x)\right)=1-xf(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$.
Exercice 2 (Cesar Lupu ;Romania 2005,Croatia test 2006) Soient a,b et c trois nombres réels strictement positifs vérifiant $(a+b)(b+c)(c+a)=1$ Montrer que : $ab+bc+ca\le\frac{3}{4}$	**التمرين 2** لتكن a و b و c ثلاثة أعداد حقيقية موجبة قطعا وتحقق $(a+b)(b+c)(c+a)=1$. بين أن : $ab+bc+ca\le\frac{3}{4}$
Exercice 3 (Czech and Slovak MO) Soit $ABCD$ un parallélogramme dont l'angle $A\hat{B}C$ est obtus. Dans le demi-plan BDC ,on choisit un point P sur la diagonale $[AC]$ tel que $B\hat{P}D=A\hat{B}C$. Montrer que la droite (CD) est tangente au cercle circonscrit au triangle BCP si et seulement si $AB=BD$.	**التمرين 3** ليكن $ABCD$ متوازي أضلاع زاويته $A\hat{B}C$ منفرجة . في نصف المستوى BDC ، نختار نقطة P على القطر $[AC]$ بحيث $B\hat{P}D=A\hat{B}C$. بين أن المستقيم (CD) مماس للدائرة المحيطة بالمثلث BCP إذا وفقط إذا كان $AB=BD$.
Exercice 4 (Slovenia MC) Trouver tous les réels $x\in[0,2\pi[$ pour lesquels tous les termes $a_n=\frac{1}{\cos nx}$ de la suite (a_n) sont des entiers.	**التمرين 4** أوجد جميع الأعداد الحقيقية x من المجال $[0,2\pi[$ التي من أجلها تكون جميع حدود المتتالية (a_n) أعدادا صحيحة حيث $a_n=\frac{1}{\cos nx}$.