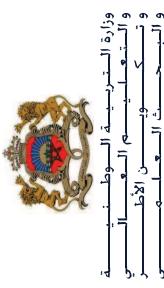




أولمبياد الرياضيات 2011

# التدريب الثاني من 1 إلى 5 أبريل الأربعاء الثالث (مدة التجارز 4 ساعات)

المملكة المغربية



## Exercice 1 (Shortlist IMO A2)

Soient  $a, b, c$  et  $d$  quatre nombres réels tels que :

$$a+b+c+d=6 \text{ et } a^2+b^2+c^2+d^2=12$$

Montrer que  $36 \leq 4(a^3+b^3+c^3+d^3) - (a^4+b^4+c^4+d^4) \leq 48$

## Exercice 2 (Shortlist IMO N1)

Trouver le plus petit nombre entier strictement positif  $n$  pour lequel il existe un ensemble  $\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$  contenant  $n$  entiers distincts et strictement positifs tel que :

$$\left(1-\frac{1}{s_1}\right)\left(1-\frac{1}{s_2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{s_n}\right)=\frac{51}{2010}$$

## Exercice 3 (Shortlist IMO G5)

Soit  $ABCDE$  un pentagone convexe tel que  $(BC) \parallel (AE)$ ,  $AB = BC + AE$  et  $\angle ABC = \angle CDE$ .

Soit  $M$  le milieu du segment  $[CE]$  et soit  $O$  le centre du cercle circonscrit au triangle  $BCD$ .

Sachant que  $\angle DMO = 90^\circ$  montrer que  $2\angle BDA = \angle CDE$ .

## التمرين 1

لتكن  $a, b, c$  و  $d$  أربعة أعداد حقيقة بحيث :  

$$a^2+b^2+c^2+d^2=12$$
 و  $a+b+c+d=6$   
 بين أن  $36 \leq 4(a^3+b^3+c^3+d^3) - (a^4+b^4+c^4+d^4) \leq 48$

## التمرين 2

أوجد أصغر عدد صحيح موجب قطعا  $n$  الذي من أجله توجد مجموعة  $\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$  مكونة من  $n$  عدد صحيح موجب قطعا و مختلفة مثني مثني بحيث :

$$\left(1-\frac{1}{s_1}\right)\left(1-\frac{1}{s_2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{s_n}\right)=\frac{51}{2010}$$

## التمرين 3

ليكن  $ABCDE$  مخمساً محدباً بحيث :  
 $\angle ABC = \angle CDE = \angle CDA$  و  $AB = BC + AE$  و  $(BC) \parallel (AE)$  لتكن  $M$  متصف القطعة  $[CE]$  و  $O$  مركز الدائرة المحيطة بالمتلائمة  $BCD$ .  
 علما أن  $\angle DMO = 90^\circ$  بين أن  $2\angle BDA = \angle CDE$ .