المملكة المغربية

وزارة التربية الوطنية
و التعليم العالي
و تكوين الأطر
و البحث العلمي

التدريب الثاني من 1 إلى 5 ابريل
الفرض الثالث (مدة الإنجاز 4 ساعات)

أولمبياد الرياضيات 2011

www.elghoufimath.eu5.org

Exercice 1 (Shortlist IMO A2)

Soient a,b , c et d quatre nombres réels tels que :

$a+b+c+d=6$ et $a^2+b^2+c^2+d^2=12$

Montrer que $36\le 4\left(a^3+b^3+c^3+d^3\right)-\left(a^4+b^4+c^4+d^4\right)\le 48$

التمرين 1

لتكن a و b و c و d أربعة أعداد حقيقية بحيث :

$a+b+c+d=6$ و $a^2+b^2+c^2+d^2=12$

بين أن $36\le 4\left(a^3+b^3+c^3+d^3\right)-\left(a^4+b^4+c^4+d^4\right)\le 48$

Exercice 2 (Shortlist IMO N1)

Trouver le plus petit nombre entier strictement positif n pour lequel il existe un ensemble $\{s_1,s_2,...,s_n\}$ contenant n entiers distincts et strictement positifs tel que :

$$\left(1-\frac{1}{s_1}\right)\left(1-\frac{1}{s_2}\right)...\left(1-\frac{1}{s_n}\right)=\frac{51}{2010}$$

التمرين 2

أوجد أصغر عدد صحيح موجب قطعا n الذي من أجله توجد مجموعة $\{s_1,s_2,...,s_n\}$ مكونة من n عدد صحيح موجب قطعا و مختلفة مثنى مثنى بحيث :

$$\left(1-\frac{1}{s_1}\right)\left(1-\frac{1}{s_2}\right)...\left(1-\frac{1}{s_n}\right)=\frac{51}{2010}$$

Exercice 3 (Shortlist IMO G5)

Soit $ABCDE$ un pentagone convexe tel que $(BC)\|(AE)$, $AB=BC+AE$ et $\angle ABC=\angle CDE$.

Soit M le milieu du segment $[CE]$ et soit O le centre du cercle circonscrit au triangle BCD.

Sachant que $\angle DMO=90°$ montrer que $2\angle BDA=\angle CDE$.

التمرين 3

ليكن $ABCDE$ مخمسا محدبا بحيث :

$(BC)\|(AE)$ و $AB=BC+AE$ و $\angle ABC=\angle CDE$.

لتكن M منتصف القطعة $[CE]$ و O مركز الدائرة المحيطة بالمثلث BCD.

علما أن $\angle DMO=90°$ بين أن $2\angle BDA=\angle CDE$.

المركز الوطني للتجديد التربوي والتدريب
حسان – شارع مولاي إسماعيل
الهاتف : 0537726343 / 0537707614 الفاكس : 0537734097