المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
و التعليم العالي
و تكوين الأطر
و البحث العلمي

# التدريب الثاني من 1 إلى 5 ابريل 2011
# الفرض الثاني (مدة الإنجاز 4 ساعات )

**أولمبياد الرياضيات 2011**

**التمرين 1**

العدد $2009^{2009^{2009}}$ مكتوب في النظمة العشرية. نقوم في خطوة واحدة بإجراء العملية التالية : نحذف الرقم الأول و الرقم الأخير ونضيف مجموعهما إلى العدد المتبقي بعد حذف الرقمين الأول و الأخير.

أ) نفترض أن العدد المتبقي بعد إجراء عدد منته من الخطوات ،يتكون من رقمين . هل يمكن لهذا العدد أن يكون مربعا كاملا ؟

ب) نفترض أن العدد المتبقي بعد إجراء عدد منته من الخطوات يتكون من رقم واحد. حدد هذا العدد .

**Exercice 1** (Macedonian Junior MO 2010)

Le nombre $2009^{2009^{2009}}$ est écrit en base 10. En une seule étape on fait l'opération suivante : on supprime le premier chiffre et le dernier et on ajoute leur somme au nombre restant .

a) On suppose qu'après un nombre fini d'étapes, le nombre restant a deux chiffres. Est-il possible que ce nombre soit un carré parfait ?

b) On suppose qu' après un nombre fini d'étapes, le nombre restant a un seul chiffre .Déterminer ce nombre.

**التمرين 2**

ليكن $ABC$ مثلثا مساحته $T$ و محيطه $L$. لتكن $P$ و $Q$ و $R$ نقط تماس الدائرة المحاطة بالمثلث و الأضلاع $[BC]$ و $[CA]$ و $[AB]$ على التوالي.

بين أن $\left(\frac{AB}{PQ}\right)^3+\left(\frac{BC}{QR}\right)^3+\left(\frac{CA}{RP}\right)^3\geq\frac{2}{\sqrt{3}}\times\frac{L^2}{T}$

**Exercice 2** ( Korean MO 2010)

Soit $ABC$ un triangle d'aire $T$ et de périmètre $L$ .Soient $P$ ,$Q$ et $R$ les points de tangence intersection des côtés $[BC]$,$[CA]$ et $[AB]$ avec le cercle inscrit au triangle respectivement.

Montrer que $\left(\frac{AB}{PQ}\right)^3+\left(\frac{BC}{QR}\right)^3+\left(\frac{CA}{RP}\right)^3\geq\frac{2}{\sqrt{3}}\times\frac{L^2}{T}$

**التمرين 3**

ليكن $ABC$ مثلثا و $M$ نقطة على الضلع $[BC]$.

لتكن $P$ نقطة تقاطع المستقيم العمودي على $(BC)$ و المار من $B$ و المستقيم العمودي على $(AB)$ و المار من $M$. لتكن $Q$ نقطة تقاطع المستقيم العمودي على $(BC)$ و المار من $C$ و المستقيم العمودي على $(AC)$ و المار من $M$.

بين أن $(PQ)$ عمودي على $(AM)$ إذا و فقط إذا كانت $M$ منتصف $[BC]$ .

**Exercice 3** ( Olimpiada Mexicana de Matemáticas 2009 )

Soit $ABC$ un triangle et $M$ un point sur le côté $[BC]$.Soit $P$ le point d'intersection de la perpendiculaire à $(BC)$ passant par $B$ et la perpendiculaire à $(AB)$ passant par $M$ .Soit $Q$ le point d'intersection de la perpendiculaire à $(BC)$ passant par $C$ et la perpendiculaire à $(AC)$ passant par $M$ . Montrer que $(PQ)$ est perpendiculaire à $(AM)$ si et seulement si $M$ est le milieu du côté $[BC]$.

www.elghoufimath.eu5.org