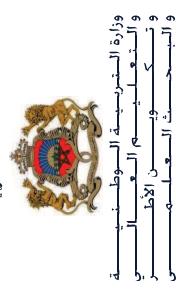




أولمبياد الرياضيات
2011

التدريب الثاني من 1 إلى 5 أبريل 4 ساعات 2011

المملكة المغربية



Exercice 1 (Macedonian Junior MO 2010)

Le nombre $2009^{2009-2009}$ est écrit en base 10. En une seule étape on fait l'opération suivante : on supprime le premier chiffre et le dernier et on ajoute leur somme au nombre restant.

- On suppose qu'après un nombre fini d'étapes, le nombre restant a deux chiffres. Est-il possible que ce nombre soit un carré parfait ?
- On suppose qu'après un nombre fini d'étapes, le nombre restant a un seul chiffre. Déterminer ce nombre.

Exercice 2 (Korean MO 2010)

Soit ABC un triangle d'aire T et de périmètre L . Soient P, Q et R les points de tangence intersection des côtés $[BC], [CA]$ et $[AB]$ avec le cercle inscrit au triangle respectivement.

$$\text{Montrer que } \left(\frac{AB}{PQ}\right)^3 + \left(\frac{BC}{QR}\right)^3 + \left(\frac{CA}{PR}\right)^3 \geq \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{L^2}{T}$$

Exercice 3 (Olimpiada Mexicana de Matemáticas 2009)

Soit ABC un triangle et M un point sur le côté $[BC]$. Soit P le point d'intersection de la perpendiculaire à (BC) passant par B et la perpendiculaire à (AB) passant par M . Soit Q le point d'intersection de la perpendiculaire à (BC) passant par C et la perpendiculaire à (AC) passant par M . Montrer que (PQ) est perpendiculaire à (AM) si et seulement si M est le milieu du côté $[BC]$.

التمرين 1

العدد $2009^{2009-2009}$ مكتوب في النقطة العشرية. نقوم في خطوة واحدة بإجراء العملية التالية : نحذف الرقم الأول و الرقم الأخير و نضيف مجموعهما إلى العدد المتبقي بعد حذف الرقمان الأول و الأخير.
(\rightarrow) نفترض أن العدد المتبقي بعد إجراء عدد منه من الخطوات، يتكون من رقمين. هل يمكن لهذا العدد أن يكون مربعا كاملا ؟
(\rightarrow) نفترض أن العدد المتبقي بعد إجراء عدد منه من الخطوات يتكون من رقم واحد. عدد هذا العدد .

التمرين 2

ليكن ABC مثلثا مساحته T و محیطه L . لتكن P و Q و R نقط تمسك الدائرة المحاطة بالمثلث و الأضلاع $[BC]$ و $[CA]$ و $[AB]$ على التوالي.

$$\left(\frac{AB}{PQ}\right)^3 + \left(\frac{BC}{QR}\right)^3 + \left(\frac{CA}{PR}\right)^3 \geq \frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{L^2}{T}$$

التمرين 3

ليكن ABC مثلثا و نقطة على الضلع $[BC]$.
لتكن P نقطة تقاطع المستقيم العمودي على (BC) و المار من B و المستقيم العمودي على (AB) و المار من M .
لتكن Q نقطة تقاطع المستقيم العمودي على (AC) و المار من M .
[BC] عمودي على (AM) إذا و فقط إذا كانت M منتصف .