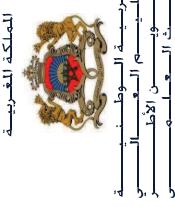




التدريب الشامل من 13 إلى 16 مايو 2011
الفرض الثاني (مدة الإنجاز 4 ساعات)

أولمبياد الرياضيات 2011



Exercise 1 (Shortlist IMO N2)

Trouver tous les couples (m, n) d'entiers naturels pour lesquels

$$m^2 + 2 \cdot 3^n = m(2^{n+1} - 1)$$

Exercice 2 (Shortlist IMO A3)

Soient x_1, \dots, x_{100} des réels positifs tels que $x_i + x_{i+1} + x_{i+2} \leq 1$ pour tous les $i = 1, \dots, 100$ (on pose $x_{101} = x_1, x_{102} = x_2$).

Trouver la valeur maximale possible de la somme $S = \sum_{i=1}^{100} x_i x_{i+2}$

Exercice 3 (shortlist IMO G1)

Les sommets X , Y et Z d'un triangle équilatéral XYZ sont respectivement sur les côtés $[BC]$, $[AC]$ et $[AB]$ d'un triangle ABC dont les angles sont aigus.
Montrer que le centre du cercle inscrit au triangle ABC est à l'intérieur du triangle XYZ .

التمرين 1

أوج جميع الأزواج (m, n) من الأعداد الصحيحة الطبيعية التي تتحقق

$$m^2 + 2 \cdot 3^n = m(2^{n+1} - 1)$$

$$m^2 + 2 \cdot 3^n = m(2^{n+1} - 1)$$

蒙古
文

لتكن x_1, x_2, \dots, x_{100} أعداداً حقيقة موجبة بحيث لكل $i = 1, 2, \dots, 100$ نضع $x_i + x_{i+1} + x_{i+2} \leq 1$

$$\text{أوج القيمة الفصوى الممكنة للمجموع} = \sum_{i=1}^{100} x_i + x_{i+2}$$

二三

الرؤوس X و Y و Z لمثلث متساوي أضلاع XYZ تنتهي على التوالي إلى أضلاع $[BC]$ و $[AC]$ و $[AB]$ لمثلث ABC زواياه حادة.