OLYMPIADES DE MATHEMATIQUES 2011 1 / 1	الأولى علوم رياضية (الفرض الخامس) الجمعة 23 ابريل 2010 (17h30 - 14h30)	أولمبياد الرياضيات 2011

Exercice 1 Soient x et y deux réels tels que $x>1$ et $y>1$ Démontrer que $y\sqrt{x-1}+x\sqrt{y-1}\le xy$.	**التمرين 1** ليكن x و y عددين حقيقيين بحيث $x>1$ و $y>1$ بين أن $y\sqrt{x-1}+x\sqrt{y-1}\le xy$.
Exercice 2 $p(x)=ax^2+bx+c$ un polynôme tel que $a>0$, $a+b+c\ge 0$, $a-b+c\ge 0$, $a-c\ge 0$ et $b^2-4ac\ge 0$. Prouver que $p(x)$ admet deux racines réelles x_1 et x_2 vérifiant $\lvert x_1\rvert\le 1$ et $\lvert x_2\rvert\le 1$.	**التمرين 2** $p(x)=ax^2+bx+c$ حدودية بحيث $a>0$ و $a+b+c\ge 0$ و $a-b+c\ge 0$ و $a-c\ge 0$ و $b^2-4ac\ge 0$. أثبت أن $p(x)$ يقبل جذرين حقيقيين x_1 و x_2 يحققان $\lvert x_1\rvert\le 1$ و $\lvert x_2\rvert\le 1$.
Exercice 3 En divisant un entier naturel p par un entier naturel q , $(0<q<100)$,un élève trouve 0,1982... . Prouver que l'élève s'est trompé dans le calcul.	**التمرين 3** قسم تلميذ عددا صحيحا طبيعيا p على عدد صحيح طبيعي q $(0<q<100)$ فوجد ...0,1982 بين أن التلميذ أخطأ في الحساب.
Exercice 4 Soit ABC un triangle dont les angles sont aigus et tel que $AB<AC<BC$. I et O sont respectivement les centres des cercles inscrit et circonscrit au triangle ABC . Montrer que la droite (OI) coupe les segments $[AB]$ et $[BC]$.	**التمرين 4** ليكن ABC مثلثا زواياه حادة بحيث $AB<AC<BC$. I و O مركزا الدائرتان المحاطة و المحيطة بالمثلث ABC على التوالي. بين أن المستقيم (OI) يقطع القطعتين $[AB]$ و $[BC]$.