



الفرض الخامس الخاص بالسنة الأولى بكالوريا علوم رياضية الجمعة 22 أبريل 2011

أولمبياد الرياضيات 2012

المملكة المغربية



وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي
والمسؤولية العامة

Exercice 1

Soient a, b et c trois nombres réels strictement positifs .

$$\text{Montrer que : } \left(a + \frac{1}{b} \right) \left(b + \frac{1}{c} \right) \left(c + \frac{1}{a} \right) \geq 8$$

التمرين 1

لتكن a و b و c ثلاثة أعداد حقيقية موجبة قطعاً

$$\left(a + \frac{1}{b} \right) \left(b + \frac{1}{c} \right) \left(c + \frac{1}{a} \right) \geq 8$$

Exercice 2

Soient α, β et γ les angles d'un triangles ABC de périmètre $2p$ et soit R le rayon de son cercle circonscrit. Montrer que :

$$\text{a) } \cot^2 \alpha + \cot^2 \beta + \cot^2 \gamma \geq 3 \left(\frac{9R^2}{p^2} - 1 \right) \text{ avec } \left(\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} \right)$$

b) cas d'égalité ?

التمرين 2

لتكن α و β و γ زوايا مثلث ABC محيطه $2p$ وليكن R مركز الدائرة المحيطة به.

$$\text{أ) بين أن : } \cot^2 \alpha + \cot^2 \beta + \cot^2 \gamma \geq 3 \left(\frac{9R^2}{p^2} - 1 \right)$$

ب) متى يكون التساوي ؟

Exercice 3

Soient deux cercles (C_1) et (C_2) tangent intérieurement au point P . une droite (D) tangent au cercle intérieur (C_1) en R coupe le cercle (C_2) en deux points M et N .

Montrer que $[PR]$ est bissectrice de l'angle $\angle MPN$.

التمرين 3

لتكن (C_1) و (C_2) دائرتين مماستين داخليا في النقطة P . مستقيم (D) مماس للدائرة (C_1) في نقطة R يقطع الدائرة (C_2) في النقطتين M و N .
بين أن $[PR]$ منصف الزاوية $\angle MPN$.

Exercice 4 (Estonian MC 2010)

Les diagonales d'un trapèze $ABCD$ de bases $[AB]$ et $[CD]$ se coupent en P . Montrer que $S_{PAB} + S_{PCD} > S_{PBC} + S_{PDA}$ (S_{XYZ} désigne la surface du triangle XYZ)

التمرين 4

قطرا شبه منحرف قاعدتيه $[AB]$ و $[CD]$ يتقطعان في النقطة P .
بين أن $S_{PAB} + S_{PCD} > S_{PBC} + S_{PDA}$
(نرمز ب S_{XYZ} لمساحة المثلث XYZ).