



# الفرص السادس الخاص بالسنة الأولى بكالوريوس علوم رياضية

## الجمعة 06 ماي 2011

أولمبياد الرياضيات 2012



### **Exercice 1 ( University of Stellenbosch, Junior camp 2008 )**

Résoudre dans  $\mathbb{R}^3$  le système suivant :

$$\begin{cases} x + y + xy = 19 \\ y + z + yz = 11 \\ z + x + zx = 14 \end{cases}$$

### **Exercice 2 ( SA-Austrian training camp 2009 )**

Soient  $a, b$  et  $c$  trois nombres réels strictement positifs .

$$\text{Montrer que } \sqrt{a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab} + \sqrt{b^2 + c^2 - \sqrt{2}bc} = \sqrt{a^2 + c^2}$$

### **Exercice 3 ( UK MC Golodnov Kirylo )**

Soient  $x, y$  et  $c$  trois nombres réels tels que  $x, y, z \in ]0, 1]$ .

Montrer que :

$$\frac{x}{2+xy+yz} + \frac{y}{2+yz+zx} + \frac{z}{2+zx+xy} \leq \frac{x+y+z}{x+y+z}$$

### **Exercice 4**

$ABCD$  est un quadrilatère convexe vérifiant :

- 1)  $AB = BC + AD$  .
  - 2)  $(AM)$  et  $(BM)$  sont perpendiculaires (  $M$  milieu de  $[CD]$  ).
- Démontrer que  $(BC)$  et  $(AD)$  sont parallèles.

بين أن  $(AD)$  و  $(BC)$  متوازيان .

### **التمرين 1**

حل في  $\mathbb{R}^3$  النقطة الثالثية :

$$\begin{cases} x + y + xy = 19 \\ y + z + yz = 11 \\ z + x + zx = 14 \end{cases}$$

### **التمرين 2**

لتكن  $a$  و  $b$  و  $c$  ثلاثة أعداد حقيقة موجبة قطعا .

$$\sqrt{a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab} + \sqrt{b^2 + c^2 - \sqrt{2}bc} = \sqrt{a^2 + c^2}$$

### **التمرين 3**

لتكن  $x$  و  $y$  و  $z$  ثلاثة أعداد حقيقة بحيث  $x, y, z \in ]0, 1]$  .

بين أن :

$$\sqrt{a^2 + b^2 - \sqrt{2}ab} + \sqrt{b^2 + c^2 - \sqrt{2}bc} = \sqrt{a^2 + c^2}$$

بين أن  $(AD)$  و  $(BC)$  متوازيان .

### **التمرين 4**

رباعي محدب يحقق :

$$AB = BC + AD$$

و  $(AM)$  و  $(BM)$  متعامدان (  $M$  منتصف  $[CD]$  ) .

بين أن  $(AD)$  و  $(BC)$  متوازيان .