OLYMPIADES DE MATHEMATIQUES 2010 1 / 1	الثانية علوم رياضية (الفرض الأول) الجمعة 20 نونبر 2009 (17h30 - 14h30)	أولمبياد الرياضيات 2010

ملحوظة : يطلب من المترشح أن يكتب على ورقة التحرير اسمه الكامل (بالحروف العربية و بالحروف اللاتينية) و تاريخ ميلاده و أسماء المؤسسة و البلدة والنيابة

Exercice 1

Soient a_1, a_2 et a_3 des réels positifs tels que $a_1.a_2.a_3 = 1$

Montrer que :

$$2\left(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2\right) + a_1 + a_2 + a_3 \geq 6 + a_1.a_2 + a_2.a_3 + a_3.a_1$$

التمرين 1

لتكن a_1 و a_2 و a_3 أعدادا حقيقية موجبة بحيث $a_1.a_2.a_3 = 1$

أثبت أن :

$$2\left(a_1^2 + a_2^2 + a_3^2\right) + a_1 + a_2 + a_3 \geq 6 + a_1.a_2 + a_2.a_3 + a_3.a_1$$

Exercice 2

Soient a, b et c les longueurs des côtés d'un triangle telles que $a^2+b^2 > 5c^2$

Montrer que c est la longueur de plus petit côté de ce triangle.

التمرين 2

ليكن a و b و c أطوال أضلاع مثلث بحيث $a^2+b^2 > 5c^2$

بين أن c هو طول أصغر ضلع لهذا المثلث.

Exercice 3

x, y et z sont des réels strictement supérieurs à 1 tels que :

$$\begin{cases} xy^2 - y^2 + 4xy + 4x - 4y = 4004 \\ xz^2 - z^2 + 6xz + 9x - 6z = 1009 \end{cases}$$

Déterminer toutes les valeurs possibles de l'expression $xyz + 3xy + 2xz - yz + 6x - 3y - 2z$

التمرين 3

x و y و z أعداد حقيقية أكبر قطعا من 1 بحيث:

$$\begin{cases} xy^2 - y^2 + 4xy + 4x - 4y = 4004 \\ xz^2 - z^2 + 6xz + 9x - 6z = 1009 \end{cases}$$

حدد جميع القيم الممكنة للتعبير $xyz + 3xy + 2xz - yz + 6x - 3y - 2z$

Exercice 4

Deux cercles (C_1) et (C_2) se coupent en A et B la tangente au cercle (C_2) passant par A coupe le cercle (C_1) en un point C et la tangente au cercle (C_1) passant par A coupe le cercle (C_2) en un point D la demi-droite (d) passant par A (intérieure à l'angle $C\hat{A}D$) coupe respectivement les cercles (C_1) et (C_2) et le cercle circonscrit au triangle ACD en M, N et P

Monter que : $AM = NP$.

التمرين 4

دائرتان (C_1) و (C_2) تتقطعان في النقطتين A و B. المماس للدائرة (C_2) المار من النقطة A يقطع الدائرة (C_1) في نقطة C و المماس للدائرة (C_1) المار من النقطة A يقطع الدائرة (C_2) في نقطة D. ليكن (d) نصف المستقيم المار من A (داخل الزاوية $C\hat{A}D$) و (C) الدائرة المحيطة بالمثلث ACD . (d) يقطع الدوائر (C_1) و (C_2) و (C) في M و N و P على التوالي.

بين أن: $AM = NP$.