المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي

الفرض الأول الخاص بالسنة الثانية بكالوريا علوم رياضية
الجمعة 26 نونبر 2010

أولمبياد الرياضيات 2011

ملحوظة هامة : يطلب من المترشح(ة) أن يكتب على ورقة التحرير: اسمه الكامل (بالحروف العربية و بالحروف اللاتينية) وتاريخ ميلاده و أسماء المؤسسة والبلدة والنيابة.

Exercice 1 Soient a et b deux réels strictement positifs tels que $a+b=ab$. Montrer que : $\frac{a}{b^2+4}+\frac{b}{a^2+4}\geq\frac{1}{2}$	**التمرين 1** ليكن a و b عددين حقيقين موجبين قطعا بحيث $a+b=ab$. بين أن : $\frac{a}{b^2+4}+\frac{b}{a^2+4}\geq\frac{1}{2}$
Exercice 2 (Hellenic M C) Résoudre dans $(\mathbb{R}_+^*)^4$ le système suivant : $\begin{cases} x+y+z+t=4 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{t}=5-\frac{1}{xyzt} \end{cases}$	**التمرين 2** حل في $(\mathbb{R}_+^*)^4$ النظمة التالية : $\begin{cases} x+y+z+t=4 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}+\frac{1}{t}=5-\frac{1}{xyzt} \end{cases}$
Exercice 3 (Dutch M C) Déterminer toutes les fonctions $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ vérifiant la relation $\forall x\in\mathbb{R}\quad f(x)=\max_{y\in\mathbb{R}}(2xy-f(y))$ $a=\max_{s\in S} g(s)$ signifie $a\geq g(s)$ pour tout $s\in S$ et $\exists s\in S\ /\ a=g(s)$.	**التمرين 3** حدد جميع الدوال $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ التي تحقق العلاقة $\forall x\in\mathbb{R}\quad f(x)=\max_{y\in\mathbb{R}}(2xy-f(y))$ $a=\max_{s\in S} g(s)$ (أنظر الملاحظة باللغة الفرنسية)
Exercice 4 (Ukrainian MC) Soit ABC un triangle. La bissectrice intérieure de l'angle $\angle BAC$ coupe $[BC]$ en L et le cercle (C) circonscrit au triangle ABC en D . La perpendiculaire à (AC) passant par D coupe $[AC]$ en M et le cercle (C) en K .Trouver la valeur de $\frac{AM}{MC}$ sachant que $\frac{BL}{LC}=\frac{1}{2}$.	**التمرين 4** ليكن ABC مثلثا. المنصف الداخلي للزاوية $\angle BAC$ يقطع $[BC]$ في L و يقطع الدائرة (C) المحيطة بالمثلث ABC في D. المستقيم العمودي على (AC) و المار من D يقطع $[AC]$ في M و يقطع (C) في K. أوجد قيمة $\frac{AM}{MC}$ إذا علمت أن $\frac{BL}{LC}=\frac{1}{2}$.