OLYMPIADES DE MATHEMATIQUES 2010 1 / 1	التدريب الثاني (من 26 إلى 30 مارس 2010) الفرض الأول (8h30 – 12h30)	أولمبياد الرياضيات 2010

Exercice 1 (Junior Balkan Mathematical Olympiad)

Montrer que si p est un entier premier, alors $7p+3^p-4$ ne peut pas être un carré parfait.

التمرين 1

بين أنه إذا كان p عددا صحيحا أوليا فإن العدد $7p+3^p-4$ لا يمكن أن يكون مربعا كاملا.

Exercice 2 (Proposé par Ahmed Zahidi sur internet)

Un Roi accorde une amnistie au profit de certains prisonniers à l'occasion d'une fête religieuse...Pour la prison X , le roi décide de libérer certains prisonniers qui seront déterminés comme suit:

Dans la prison X , il y a 1000 prisonniers dans 1000 cellules,
surveillés par 1000 gardiens.

-le 1er gardien ouvre toutes les cellules
-le 2ème gardien ferme toutes les cellules
-le 3ème gardien ouvre les cellules multiples de 2
-le 4ème gardien change l'état des portes des cellules multiples de 3 (changer l'état de la porte de la cellule c'est : l'ouvrir lorsqu'elle est fermée ; la fermer lorsqu'elle est ouverte)
-le 5ème gardien change l'état des portes des cellules multiples de 4...
Et ainsi de suite jusqu'au millième gardien...

Alors le Roi amnistie les prisonniers qui seront libérés c.à.d. dont les portes de leurs cellules seront ouvertes en fin de compte. Combien de prisonniers de la prison X seront amnistiés par la grâce royale ?

التمرين2

يمنح ملك ،في احتفال ديني ،عفوا لصالح بعض السجناء... بالنسبة للسجن X، يقرر الملك الإفراج عن بعض السجناء الذين سيتم تحديدهم على النحو التالي :

في السجن X، يوجد 1000 سجين في 1000 زنزانة محروسة من قبل 1000 حارس .

1- الحارس الأول يفتح جميع الزنزانات ؛
2- الحارس الثاني يغلق جميع الزنزانات؛
3- الحارس الثالث يفتح كل زنزانة رقمها مضاعف للعدد 2؛
4- الحارس الرابع يغير حالة كل زنزانة رقمها مضاعف للعدد 3؛
(تغيير حالة باب الزنزانة يعني إغلاقه إذا كان مفتوحا وفتحه إذا كان مغلقا)
5- الحارس الخامس يغير حالة كل زنزانة رقمها مضاعف للعدد 4؛

وهكذا نتبع نفس الطريقة حتى نصل إلى الحارس رقم 1000.

يقوم الملك بالعفو على السجناء الذين سوف تفتح أبواب زنزاناتهم في نهاية المطاف.

ما هو عدد السجناء من السجن X الذين سوف يشملهم العفو الملكي؟

Exercice 3 (Brazilian Math Olympiad 2005 **)**

Trouver le plus petit nombre réel M tel que l'inégalité :

$$M\left(x_1^{2005}+x_2^{2005}+\ldots+x_5^{2005}\right)\geq x_1x_2x_3x_4x_5\left(x_1^{125}+x_2^{125}+\ldots+x_5^{125}\right)^{16}$$

Soit vérifiée pour tous les réels strictement positifs x_1, x_2, x_3, x_4 et x_5.

التمرين 3

أوجد أصغر عدد حقيقي M بحيث تكون المتفاوتة :

$$M\left(x_1^{2005}+x_2^{2005}+\ldots+x_5^{2005}\right)\geq x_1x_2x_3x_4x_5\left(x_1^{125}+x_2^{125}+\ldots+x_5^{125}\right)^{16}$$

محققة مهما تكن الأعداد الحقيقية الموجبة قطعا x_1 و x_2 و x_3 و x_4 و x_5 .

Exercice 4

ABC un triangle ayant la propriété suivante :Il existe un point P à l'intérieur de ce triangle tel que $P\widehat{A}B=10°$, $P\widehat{B}A=20°$, $P\widehat{C}A=30°$ et $P\widehat{A}C=40°$ .Montrer que le triangle ABC est isocèle.

التمرين 4

ABC مثلث يحقق الخاصية التالية:

توجد نقطة P داخل هذا المثلث بحيث $P\widehat{A}B=10°$ و $P\widehat{B}A=20°$ و $P\widehat{C}A=30°$ و $P\widehat{A}C=40°$.بين أن المثلث ABC متساوي الساقين.

www.elghoufimath.eu5.org

المركز الوطني للتجديد التربوي والتجريب
حسان – شارع مولاي إسماعيل
الهاتف : 0537726343 / 0537707614 الفاكس : 0537734097