OLYMPIADES DE MATHEMATIQUES 2010	الثانية علوم رياضية (الفرض الثاني)	أولمبياد الرياضيات 2010
1 / 1	الجمعة 04 دجنبر 2009 (17h30 - 14h30)	

ملحوظة : يطلب من المترشح أن يكتب على ورقة التحرير اسمه الكامل (بالحروف العربية و بالحروف اللاتينية) و تاريخ ميلاده و أسماء المؤسسة و البلدة والنيابة

Exercice 1

Pour quelles valeurs du réel a, le système suivant admet une solution dans $\mathbb{R}^3$:

$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ xy+yz+zx=1 \\ xyz=a \end{cases}$$

Exercice 2

Montrer que :

$$\forall (a,b)\in \mathbb{R}^2 \quad (1+a^2)(1+b^2)\geq a(1+b^2)+b(1+a^2)$$

Exercice 3

Trouver tous les triplets (x,y,z) tels que : $x,y,z\in\,]0,1[$ et

$$\left(x+\frac{1}{2x}-1\right)\left(y+\frac{1}{2y}-1\right)\left(z+\frac{1}{2z}-1\right)=\left(1-\frac{xy}{z}\right)\left(1-\frac{yz}{x}\right)\left(1-\frac{zx}{y}\right)$$

Exercice 4

Soit $ABCD$ un quadrilatère convexe tel que $D\hat{A}C=B\hat{D}C=36^\circ$ et $C\hat{B}D=18^\circ$ et $B\hat{A}C=72^\circ$

Les diagonales $[AC]$ et $[BD]$ se coupent au point P.

Déterminer la mesure de l'angle $A\hat{P}D$.

التمرين 1

ما هي قيم العدد الحقيقي a التي من أجلها يكون للنظمة التالية حل في $\mathbb{R}^3$:

$$\begin{cases} x+y+z=2 \\ xy+yz+zx=1 \\ xyz=a \end{cases}$$

التمرين 2

بين أن :

$$\forall (a,b)\in \mathbb{R}^2 \quad (1+a^2)(1+b^2)\geq a(1+b^2)+b(1+a^2)$$

التمرين 3

أوجد جميع المثلوثات (x,y,z) بحيث : $x,y,z\in\,]0,1[$ و

$$\left(x+\frac{1}{2x}-1\right)\left(y+\frac{1}{2y}-1\right)\left(z+\frac{1}{2z}-1\right)=\left(1-\frac{xy}{z}\right)\left(1-\frac{yz}{x}\right)\left(1-\frac{zx}{y}\right)$$

التمرين 4

ليكن $ABCD$ رباعيا محدبا بحيث $D\hat{A}C=B\hat{D}C=36^\circ$ و $C\hat{B}D=18^\circ$ و $B\hat{A}C=72^\circ$.

القطران $[AC]$ و $[BD]$ يتقطعان في النقطة P.

حدد قياس الزاوية $A\hat{P}D$.