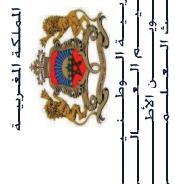




التدريب الأول من 21 إلى 25 يناير 4 ساعات

أولمبياد الرياضيات 2011



Exercice 1

Soient t, s et m des entiers naturels tels que $t \leq m, s \leq m$ et $t + s \leq m$.

$$\text{Montrer que : } \frac{\binom{2m}{m-s}}{\binom{2m}{m-t-s}} > \frac{t^2}{m} \quad (\text{ Remarque : } C_n^p = \binom{n}{p})$$

$$\text{Montrer que : } \frac{\binom{2m}{m-s}}{\binom{2m}{m-t}} > \frac{t^2}{m} \quad (\text{ ملحوظة : } C_n^p = \binom{n}{p})$$

Exercice 2 (USA MC)

Trouver $c > 0$ tel que si r, s et t sont les racines du polynôme

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 6x + c \text{ alors } \frac{1}{r^2+s^2} + \frac{1}{s^2+t^2} + \frac{1}{t^2+r^2} = 1$$

Exercice 3 (British MO)

Soient a, b et c les longueurs des côtés d'un triangle ABC .
On suppose que $ab + bc + ca = 1$.

Montrer que : $(a+1)(b+1)(c+1) < 4$.

Exercice 4 (UK MC Stanislaw)

Soit ABC un triangle et h sa hauteur issue de A .
On pose $\alpha = \angle BAC$.

- Montrer que : $AB + AC \geq BC \cos \alpha + 2h \sin \alpha$.
- Quand a-t-on l'égalité ?

التمرين 1 لتكن t و s و m أعداداً صحيحة طبيعية بحيث $t \leq m$ و $s \leq m$ و $t + s \leq m$.

$$\text{بين أن : } \frac{\binom{2m}{m-s}}{\binom{2m}{m-t-s}} > \frac{t^2}{m}$$

التمرين 2 أوجد $0 < c$ بحيث إذا كان r و s و t جذور الحدويدية

$$f(x) = x^3 - 4x^2 + 6x + c \quad \text{فإن } 1 = \frac{1}{r^2+s^2} + \frac{1}{s^2+t^2} + \frac{1}{t^2+r^2} + c$$

التمرين 3 ليكن a, b و c قياسات أضلاع مثلث ABC .

$$\begin{aligned} ab + bc + ca &= 1 \\ (a+1)(b+1)(c+1) &= 4 \end{aligned}$$

التمرين 4 ليكن ABC مثلاً و h قياس ارتفاعه المنشأ من A .

$$\begin{aligned} \alpha &= \angle BAC \\ \text{نضع } AB + AC &\geq BC \cos \alpha + 2h \sin \alpha \\ \text{بين أن : } (a) & \quad . \\ (b) & \quad \text{متى يكون التساوي؟} \end{aligned}$$