المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
و التعليم العالي
و تكوين الأطر
و البحث العلمي

التدريب الأول من 21 إلى 25 يناير2011
الفرض الثاني (مدة الإنجاز 4 ساعات)

أولمبياد الرياضيات 2011

Exercice 1 Soient t,s et m des entiers naturels tels que $t\le m, s\le m$ et $t+s\le m$. Montrer que : $\dfrac{\binom{2m}{m-s}}{\binom{2m}{m-t-s}}>\dfrac{t^2}{m}$ (Remarque : $C_n^p=\binom{n}{p}$).	**التمرين 1** لتكن t و s و m أعدادا صحيحة طبيعية بحيث $t\le m$ و $s\le m$ و $t+s\le m$. بين أن : $\dfrac{\binom{2m}{m-s}}{\binom{2m}{m-t-s}}>\dfrac{t^2}{m}$ (ملحوظة : $C_n^p=\binom{n}{p}$).
Exercice 2 (USA MC) Trouver $c>0$ tel que si r,s et t sont les racines du polynôme $f(x)=x^3-4x^2+6x+c$ alors $\dfrac{1}{r^2+s^2}+\dfrac{1}{s^2+t^2}+\dfrac{1}{t^2+r^2}=1$	**التمرين 2** أوجد $c>0$ بحيث إذا كان r و s و t جذور الحدودية $f(x)=x^3-4x^2+6x+c$ فإن $\dfrac{1}{r^2+s^2}+\dfrac{1}{s^2+t^2}+\dfrac{1}{t^2+r^2}=1$
Exercice 3 (British MO) Soient a,b et c les longueurs des côtés d'un triangle ABC. On suppose que $ab+bc+ca=1$. Montrer que : $(a+1)(b+1)(c+1)<4$.	**التمرين 3** ليكن a و b و c قياسات أضلاع مثلث ABC. نفترض أن $ab+bc+ca=1$. بين أن : $(a+1)(b+1)(c+1)<4$.
Exercice 4 (UK MC Nikolaenko Stanislav) Soit ABC un triangle et h sa hauteur issue de A. On pose $\alpha=\angle BAC$. a) Montrer que : $AB+AC\ge BC\cos\alpha+2h\sin\alpha$. b) Quand a- t- on l'égalité ?	**التمرين 4** ليكن ABC مثلثا و h قياس ارتفاعه المنشأ من A. نضع $\alpha=\angle BAC$. a) بين أن: $AB+AC\ge BC\cos\alpha+2h\sin\alpha$. b) متى يكون التساوي؟