OLYMPIADES DE MATHEMATIQUES 2010 1 / 1	التدريب الثالث (من 14 إلى 17 ماي 2010) الفرض الثاني (8h30 – 12h30)	أولمبياد الرياضيات 2010

Exercice 1 (IMO 1967 Yougoslavie) Dans une compétition sportive qui a duré n jours ($n > 1$), m médailles ont été distribuées. Le premier jour on a distribué une médaille et $\frac{1}{7}$ des $(m-1)$ médailles restantes .Le deuxième jour, on a distribué 2 médailles plus $\frac{1}{7}$ du nouveau reste et ainsi de suite de telle manière que le $n^{ième}$ jour on a distribué exactement les n médailles qui restaient. Déterminer les nombres m et n .	**التمرين** 1 تم توزيع، في مسابقة رياضية دامت n يوم ($n > 1$)، m ميدالية. وزعت ،في اليوم الأول، ميدالية واحدة و $\frac{1}{7}$ من $(m-1)$ الميداليات المتبقية؛ وفي اليوم الثاني وزعت ميداليتان زائد $\frac{1}{7}$ من الباقي الجديد و هكذا دواليك بحيث وزعت في اليوم n بالضبط n ميدالية المتبقية. حدد العددين m و n.
Exercice 2 Trouver la partie entière de la somme $\sum_{n=1}^{10^9} n^{-\frac{2}{3}}$.	**التمرين** 2 أوجد الجزء الصحيح للمجموع $\sum_{n=1}^{10^9} n^{-\frac{2}{3}}$.
Exercice 3 Soit G un ensemble non vide de fonctions non constantes f telles que $f(x) = ax + b$ (où a et b sont deux réels) et satisfaisant aux conditions suivantes : 1) Si $f \in G$ et $g \in G$ alors $g \circ f \in G$ 2) Si $f \in G$ alors $f^{-1} \in G$ 3) Pour tout $f \in G$ il existe $x_f \in IR$ tel que $f(x_f) = x_f$ Démontrer qu'il existe un réel k tel que pour tout $f \in G$, $f(k) = k$	**التمرين** 3 لتكن G مجموعة غير فارغة و مكونة من دوال غير ثابتة f بحيث $f(x) = ax + b$ (a و b عددان حقيقيان) وتحقق الشروط التالية: 1) إذا كان $f \in G$ و $g \in G$ فإن $g \circ f \in G$ 2) إذا كان $f \in G$ فإن $f^{-1} \in G$ (f^{-1} هي الدالة العكسية للدالة f) 3) لكل f من G يوجد x_f من IR بحيث $f(x_f) = x_f$ بين أنه يوجد عدد حقيقي k بحيث لكل f من G لدينا $f(k) = k$.
Exercice 4 (short List 2006) Soit $ABCDE$ un pentagone convexe tel que $B\widehat{A}C = C\widehat{A}D = D\widehat{A}E$ et $A\widehat{B}C = A\widehat{C}D = A\widehat{D}E$. Les diagonales $[BD]$ et $[CE]$ se coupent en un point P . Montrer que la droite (AP) passe par le milieu de $[CD]$.	**التمرين** 4 ليكن $ABCDE$ مخمسا محدبا بحيث $B\widehat{A}C = C\widehat{A}D = D\widehat{A}E$ و $A\widehat{B}C = A\widehat{C}D = A\widehat{D}E$. القطران $[BD]$ و $[CE]$ يتقطعان في نقطة P . بين أن المستقيم (AP) يمر من منتصف الضلع $[CD]$.