OLYMPIADES DE MATHEMATIQUES 2010 1 / 1	التدريب الأول (29يناير-2فبراير2010) الفرض الثالث 8h30 – 12h30	أولمبياد الرياضيات 2010

Exercice 1

Soit ABC un triangle dont le demi- périmètre est p.
r et R sont respectivement les rayons des cercles inscrit et circonscrit au triangle ABC. Montrer que : $r \leq \frac{p}{3\sqrt{3}} \leq \frac{R}{2}$

التمرين 1

ليكن ABC مثلثا نصف محيطه p.
r و R هما شعاعا الدائرتين المحاطة و المحيطة بالمثلث ABC على التوالي . بين أن : $r \leq \frac{p}{3\sqrt{3}} \leq \frac{R}{2}$

Exercice 2

x , y et z sont des réels strictement positifs vérifiant $x+y+z \leq 3$.
Trouver la valeur minimale de l'expression :
$T = \frac{x+1}{x(x+2)} + \frac{y+1}{y(y+2)} + \frac{z+1}{z(z+2)}$.

التمرين 2

x و y و z أعداد حقيقية موجبة قطعا و تحقق $x+y+z \leq 3$
أوجد القيمة الدنوية للتعبير:
$T = \frac{x+1}{x(x+2)} + \frac{y+1}{y(y+2)} + \frac{z+1}{z(z+2)}$.

Exercice 3

Trouver tous les polynômes $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$ avec $n \geq 2$ et $\forall i \;\; a_i \neq 0$, tels que le polynôme $Q(x) = P(x) - P_1(x).P_2(x)\ldots P_{n-1}(x)$ est constant, avec $P_i(x) = a_i x^i + \ldots + a_1 x + a_0$; $1 \leq i \leq n-1$.

التمرين 3

أوجد جميع الحدوديات $P(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$
مع $n \geq 2$ و $\forall i \;\; a_i \neq 0$ بحيث تكون الحدودية
$Q(x) = P(x) - P_1(x).P_2(x)\ldots P_{n-1}(x)$ ثابتة ، مع
$P_i(x) = a_i x^i + \ldots + a_1 x + a_0$ ، $1 \leq i \leq n-1$.

Exercice 4

ABC est un triangle dont les angles sont aigus et soient A_1 , B_1 et C_1 les milieux respectifs des côtés $[BC]$,$[CA]$ et $[AB]$.Le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC est $R=1$ et son centre est O.
Montrer que : $\frac{1}{OA_1} + \frac{1}{OB_1} + \frac{1}{OC_1} \geq 6$

التمرين 4

ABC مثلث زواياه حادة وليكن A_1 و B_1 و C_1 منتصفات الأضلاع $[BC]$ و $[CA]$ و $[AB]$ على التوالي. شعاع الدائرة المحيطة بالمثلث ABC هو $R=1$ و مركزها هو O.
بين أن : $\frac{1}{OA_1} + \frac{1}{OB_1} + \frac{1}{OC_1} \geq 6$.