المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
و التعليم العالي
و تكوين الأطر
و البحث العلمي

التدريب الثالث من 13 إلى 16 ماي 2011
الفرض الأول (مدة الإنجاز 4 ساعات)

أولمبياد الرياضيات 2011

www.elghoufimath.eu5.org

التمرين 1

برهن على أن العدد $\sum_{k=0}^{n} C_{2n+1}^{2k+1}.2^{3k}$ غير قابل للقسمة على 5 لكل عدد صحيح طبيعي n.

Exercice 1 (IMO 1974 RDA)

Prouver que pour tout entier naturel n le nombre : $\sum_{k=0}^{n} C_{2n+1}^{2k+1}.2^{3k}$ n'est pas divisible par5.

التمرين 2

من أجل عددين صحيحين طبيعيين غير منعدمين m و n ، أوجد أصغر قيمة ممكنة للعدد $\left|2011^m - 45^n\right|$.

Exercice 2 (Swiss Mathematical Olympiad 2011 Final round)

Pour les entiers strictement positifs m et n ,trouver la plus petite valeur possible de $\left|2011^m - 45^n\right|$.

التمرين 3

ليكن ABC مثلثا و لتكن X نقطة تتغير على المستقيم (BC) بحيث: $C \in [BX]$ و الدائرتان المحاطتان بالمثلثين ABX و ACX تتقاطعان في نقطتين مختلفتين P و Q .
بين أن المستقيم (PQ) يمر من نقطة غير مرتبطة بالنقطة X.

Exercice 3 (Shortlist IMO RUS G7)

Soit ABC un triangle et soit X un point variable sur la droite (BC) tel que : $C \in [BX]$ et les cercles inscrits aux triangles ABX et ACX se coupent en deux points distincts P et Q .
Montrer que la droite (PQ) passe par un point indépendant de X .

المركز الوطني للتجديد التربوي والتدريب
حسان – شارع مولاي إسماعيل
الهاتف : 0537726343 / 0537707614 الفاكس : 0537734097