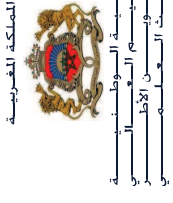




الفرص الثالث الخاص بالسنة الثانية بكالوريا علوم رياضية الجمعة 25 فبراير 2011

أولمبياد الرياضيات 2011



Exercice 1 (DMFA)

- a) Trouver la valeur maximale de la constante réelle C telle que : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad x^2 + y^2 + 1 \geq C(x + y)$
- b) Trouver la valeur maximale de la constante réelle C telle que : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad x^2 + y^2 + xy + 1 \geq C(x + y)$

Exercice 2 (Czech and Slovac)

Montrer que l'équation $x^2 + p|x| = qx - 1$ admet 4 solutions réelles si et seulement si $p + |q| + 2 < 0$. (p et q sont deux paramètres réels)

Exercice 3 (DMFA)

Déterminer toutes les fonctions $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ vérifiant la relation $\forall (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \quad (x - 2)f(y) + f(y + 2f(x)) = f(x + yf(x))$.

Exercice 4 (IMO 2006)

Soit ABC un triangle et I le centre de son cercle inscrit. Un point P intérieur au triangle vérifie $P\hat{B}A + P\hat{C}A = P\hat{B}C + P\hat{C}B$.
Montrer que $AP \geq AI$ et que l'égalité a lieu si et seulement si $P = I$

التمرين 1

- (a) أوجد القيمة القصوى للعدد الحقيقي الثابت C بحيث : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad x^2 + y^2 + 1 \geq C(x + y)$
- (b) أوجد القيمة القصوى للعدد الحقيقي الثابت C بحيث : $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad x^2 + y^2 + xy + 1 \geq C(x + y)$

التمرين 2

بين أن المعادلة $x^2 + p|x| = qx - 1$ تقبل 4 حلول حقيقية إذا فقط إذا كان $p + |q| + 2 < 0$.
(p و q هما بارامتران حقيقيان).

التمرين 3

حدد جميع الدوال $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ التي تحقق العلاقة $\forall (x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \quad (x - 2)f(y) + f(y + 2f(x)) = f(x + yf(x))$.

التمرين 4

ليكن ABC مثلثا و I مركز الدائرة المحاطة به.
 P نقطة داخل المثلث تحقق $P\hat{B}C + P\hat{C}B = P\hat{B}A + P\hat{C}A$.
بين أن $AP \geq AI$ وأن هناك تساوي إذا و فقط إذا، كان $P = I$.