المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي

الفرض الثالث الخاص بالسنة الثانية بكالوريا علوم رياضية
الجمعة 25 فبراير 2011

أولمبياد الرياضيات 2011

Exercice 1 (DMFA) a) Trouver la valeur maximale de la constante réelle C telle que : $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2 \quad x^2+y^2+1\geq C(x+y)$ b) Trouver la valeur maximale de la constante réelle C telle que : $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2 \quad x^2+y^2+xy+1\geq C(x+y)$	**التمرين** 1 a) أوجد القيمة القصوى للعدد الحقيقي الثابت C بحيث : $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2 \quad x^2+y^2+1\geq C(x+y)$ b) أوجد القيمة القصوى للعدد الحقيقي الثابت C بحيث : $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2 \quad x^2+y^2+xy+1\geq C(x+y)$
Exercice 2 (Czech and Slovac) Montrer que l'équation $x^2+p\|x\|=qx-1$ admet 4 solutions réelles si et seulement si $p+\|q\|+2<0$. (p et q sont deux paramètres réels)	**التمرين 2** بين أن المعادلة $x^2+p\|x\|=qx-1$ تقبل 4 حلول حقيقية إذا وفقط إذا كان $p+\|q\|+2<0$ (p و q هما بارامتران حقيقيان).
Exercice 3 (DMFA) Déterminer toutes les fonctions $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ vérifiant la relation $\forall(x,y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R} \quad (x-2)f(y)+f(y+2f(x))=f(x+yf(x))$.	**التمرين** 3 حدد جميع الدوال $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ التي تحقق العلاقة $\forall(x,y)\in\mathbb{R}\times\mathbb{R} \quad (x-2)f(y)+f(y+2f(x))=f(x+yf(x))$.
Exercice 4 (IMO 2006) Soit ABC un triangle et I le centre de son cercle inscrit. Un point P intérieur au triangle vérifie $P\widehat{B}A+P\widehat{C}A=P\widehat{B}C+P\widehat{C}B$ Montrer que $AP\geq AI$ et que l'égalité a lieu si et seulement si $P=I$	**التمرين** 4 ليكن ABC مثلثا و I مركز الدائرة المحاطة به. P نقطة داخل المثلث تحقق $P\widehat{B}A+P\widehat{C}A=P\widehat{B}C+P\widehat{C}B$ بين أن $AP\geq AI$ وأن هناك تساوي إذا و فقط إذا كان، $P=I$.