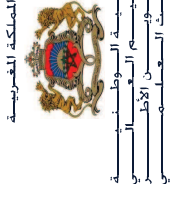




# التدريب الأول من 21 إلى 25 يناير 2011 الفرص الثالث (مدة الإنجاز 4 ساعات )

أولمبياد الرياضيات 2011



## Exercice 1

Soient  $a$  et  $b$  deux réels strictement positifs

Montrer que :  $8(a^4 + b^4) \geq (a + b)^4$

## التمرين 1

ليكن  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين موجبين قطعاً .

بين أن :  $8(a^4 + b^4) \geq (a + b)^4$

## Exercice 2 (USA MO 2010)

Soit  $AXYZB$  un pentagone convexe inscrit dans un demi-cercle de diamètre  $[AB]$ . Les points  $P, Q, R$  et  $S$  sont respectivement les pieds des perpendiculaires issues de  $Y$  aux droites  $(AX)$ ,  $(BX)$ ,  $(AZ)$  et  $(BZ)$  et soit  $O$  le milieu du segment  $[AB]$ .

Montrer que la mesure de l'angle aigu formé par les droites  $(PQ)$  et  $(RS)$  est égale à la moitié de la mesure de l'angle  $\angle XOZ$

## التمرين 2

ليكن  $AXYZB$  خماسياً محدباً محاطاً بنصف الدائرة التي أحد أقطارها  $[AB]$ .  
النقط  $P$  و  $Q$  و  $R$  و  $S$  هي مواقع المستقيمات المارة من  $Y$  والعمودية على المستقيمات  $(AX)$  و  $(BX)$  و  $(AZ)$  و  $(BZ)$  على التوالي، و لنكن  $O$  منتصف القطعة  $[AB]$ .

بين أن قياس الزاوية الحادة المحددة بالمستقيمين  $(PQ)$  و  $(RS)$  تساوي نصف قياس الزاوية  $\angle XOZ$ .

## Exercice 3 ( India 2003)

Soient  $a, b$  et  $c$  les longueurs des côtés d'un triangle  $ABC$ . On construit un triangle  $A'B'C'$  dont les longueurs des côtés sont

$a + \frac{b}{2}, b + \frac{c}{2}$  et  $c + \frac{a}{2}$ . Montrer que  $S(A'B'C') \geq \frac{9}{4} S(ABC)$

## التمرين 3

لتكن  $a$  و  $b$  و  $c$  قياسات أضلاع مثلث  $ABC$ . ننشئ مثلثاً  $A'B'C'$  بحيث تكون

$S(A'B'C') \geq \frac{9}{4} S(ABC)$  بين أن  $c + \frac{a}{2} \geq \frac{9}{4} S(ABC)$  و  $b + \frac{c}{2} \geq \frac{9}{4} S(ABC)$  و  $a + \frac{b}{2} \geq \frac{9}{4} S(ABC)$

## Exercice 4 (Suisse 2008)

Tu as 13 pièces de monnaie et tu sais que l'une d'entre elles est fausse. Toutes les pièces vraies ont le même poids. la pièce fausse est soit plus lourde, soit plus légère que les autres pièces. Tu as à ta disposition une balance à deux plateaux (qui compare le poids des pièces sur les plateaux).

En pesant trois fois, trouve laquelle des pièces est fausse.

## التمرين 4

لديك 13 قطعة نقدية و تعلم أن إحدى هذه القطع مزيفة وأن لجميع القطع الحقيقية نفس الوزن، أما القطعة المزيفة فهي أثقل أو أخف من باقي القطع النقدية الأخرى. وضع رهن تصرفك ميزان ذو كفتين يمكنك من مقارنة وزن القطع النقدية على الكفتين. باستعمال الميزان 3 مرات أوجد القطعة النقدية المزيفة.