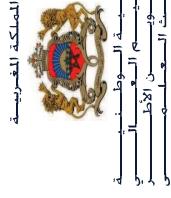




الفرض الرابع الخاص بالسنة الثانية بكالوريا علوم رياضية

الجمعة 4 مارس 2011



أولمبياد الرياضيات 2011

Exercice 1

Trouver tous les entiers strictement positifs n tels que :

$$-2^0 + 2^1 - 2^2 + 2^3 - 2^4 + \dots - (-2)^n = 4^0 + 4^1 + 4^2 + \dots + 4^{2010}$$

Exercice 2 (UK MO)

Un entier a été retiré de l'ensemble $S = \{1, 2, 3, \dots, n\}$ des entiers naturels de 1 à n . La moyenne des autres entiers restants de S est égale à $\frac{163}{4}$. Quel entier a été retiré ?

Exercice 3 (MAR CP 1992)

A partir des chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 on écrit tous les nombres formés par ces neuf chiffres (les neuf chiffres sont tous distincts) puis on les ordonne par ordre croissant comme suit :

123456789 , 123456798 , ... , 987654321 .

Quel est le nombre dont le rang est 100000 ?

Exercice 4 (Chinese Mathematical Olympiad)

Soient Γ_1 et Γ_2 deux cercles qui se coupent en deux points A et B , une droite passant par B coupe Γ_1 en C et Γ_2 en D , une autre droite passant par B coupe Γ_1 en E et Γ_2 en F , la droite (CF) coupe Γ_1 en P et Γ_2 en Q ($B, E, P, A, C \in \Gamma_1$ dans cet ordre et $B, D, F, A, Q \in \Gamma_2$ dans cet ordre).

Soient M et N les milieux respectifs des arcs \widehat{PB} et \widehat{QB} .

Montrer que si $CD = EF$ alors C, F, M, N sont cocycliques

التمرين 1

أوجد جميع الأعداد الصحيحة الموجبة قطعا n بحيث :

$$-2^0 + 2^1 - 2^2 + 2^3 - 2^4 + \dots - (-2)^n = 4^0 + 4^1 + 4^2 + \dots + 4^{2010}$$

التمرين 2

تم إزالة عدد صحيح واحد من المجموعة $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ المكونة من الأعداد الصحيحة الطبيعية من 1 إلى n . معدل الأعداد الصحيحة المتبقية يساوي $\frac{163}{4}$. ما هو العدد الصحيح الذي تم إزالته ؟

التمرين 3

انطلاقاً من الأرقام 1 و 2 و 3 و 4 و 5 و 6 و 7 و 8 و 9، نكتب جميع الأعداد المكونة من الأرقام التسعة السابقة (الأرقام التسعة كلها مختلفة)، ثم نرتتبها ترتيباً كال التالي :

123456789 , 123456798 , ... , 987654321

التمرين 4

Γ_1 و Γ_2 دائريان متقطعان في نقطتين A و B و مستقيم مار من B يقطع Γ_1 في F و Γ_2 في E و مستقيم آخر مار من B يقطع Γ_1 في P و Γ_2 في Q على (CF) المستقيم (CF) يقطع Γ_1 في E و Γ_2 في P و Γ_1 في Q على (CF) في هذا الترتيب.

في هذا الترتيب $C, F, D, P, A, Q \in \Gamma_2$ في هذا الترتيب.

لتكن M و N منتصفي القوسين \widehat{PB} و \widehat{QB} على التوالي.

بين أنه إذا كان $CD = EF$ فإن النقط C, F, M, N متداورة.