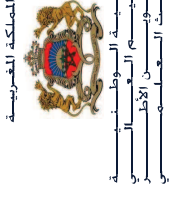




الفرص الخاصة بالسنة الثانية بكالوريا علوم رياضية الجمعة 22 أبريل 2011

أولمبياد الرياضيات 2011



المملكة المغربية
وزارة التعلّم والتعليم العالي
والتكنولوجيا
والبحوث العلميّة

Exercice 1 (SA-Austrian joint Training camp 2009)

Soient x, y et z trois nombres réels strictement positifs tels que :

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1.$$

Montrer que : $2(x + y + z) \leq 3$

التمرين 1

لتكن x و y و z ثلاثة أعداد حقيقية موجبة قطعاً بحيث

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2xyz = 1$$

بين أن : $2(x + y + z) \leq 3$

Exercice 2 (Estonian IMO 2010)

Soient α, β et γ les angles d'un triangle ABC de périmètre $2p$

et soit R le rayon de son cercle circonscrit. Montrer que :

$$\text{a) } \cot^2 \alpha + \cot^2 \beta + \cot^2 \gamma \geq 3 \left(\frac{9R^2}{p^2} - 1 \right) \text{ avec } \left(\cot x = \frac{\cos x}{\sin x} \right)$$

b) cas d'égalité ?

التمرين 2

لتكن α و β و γ زوايا مثلث ABC محيطه $2p$ وليكن R شعاع الدائرة

المحيطة به.

$$\text{أ) بين أن : } \cot^2 \alpha + \cot^2 \beta + \cot^2 \gamma \geq 3 \left(\frac{9R^2}{p^2} - 1 \right)$$

ب) متى يكون التساوي ؟

Exercice 3 (Romanian Master of Mathematics competition 2011)

Montrer qu'il existe deux fonctions $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ telles que

$f \circ g$ est strictement décroissante tandis que $g \circ f$ est strictement croissante.

التمرين 3

بين أنه توجد دالتان $f, g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ بحيث تكون الدالة $f \circ g$ تناقصية

قطعاً بينما تكون الدالة $g \circ f$ تزايدية قطعاً.

Exercice 4 (Ireland - Maroc CP)

soient a, b, c, d, m et n des entiers naturels non nuls tels que :

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1989 \text{ et } a + b + c + d = m^2 \text{ et } n^2 = \max \{a, b, c, d\}.$$

Déterminer les valeurs de m et n .

التمرين 4

لتكن a, b, c, d, m و n أعداداً صحيحة طبيعية غير منعدمة بحيث:

$$a^2 + b^2 + c^2 + d^2 = 1989 \text{ و } a + b + c + d = m^2$$

$$n^2 = \max \{a, b, c, d\}$$

. حدد قيم العددين m و n .