المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية و التعليم العالي و تكوين الأطر و البحث العلمي

الفرض الخامس الخاص بالسنة الثانية بكالوريا علوم رياضية
الجمعة 22 أبريل 2011

أولمبياد الرياضيات 2011

Exercice 1 (SA-Austrian joint Training camp 2009) Soient x, y et z trois nombres réels strictement positifs tels que : $x^2+y^2+z^2+2xyz=1$. Montrer que : $2(x+y+z)\leq 3$	**التمرين 1** لتكن x و y و z ثلاثة أعداد حقيقية موجبة قطعا بحيث $x^2+y^2+z^2+2xyz=1$ بين أن : $2(x+y+z)\leq 3$
Exercice 2 (Estonian IMO 2010) Soient α, β et γ les angles d'un triangle ABC de périmètre $2p$ et soit R le rayon de son cercle circonscrit. Montrer que : a) $\cot^2\alpha+\cot^2\beta+\cot^2\gamma\geq 3\left(\frac{9R^2}{p^2}-1\right)$ avec $\left(\cot x=\frac{\cos x}{\sin x}\right)$ b) cas d'égalité ?	**التمرين 2** لتكن α و β و γ زوايا مثلث ABC محيطه $2p$ وليكن R شعاع الدائرة المحيطة به. أ) بين أن : $\cot^2\alpha+\cot^2\beta+\cot^2\gamma\geq 3\left(\frac{9R^2}{p^2}-1\right)$ ب) متى يكون التساوي ؟
Exercice 3 (Romanian Master of Mathematics competition 2011) Montrer qu'il existe deux fonctions $f, g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ telles que $f\circ g$ est strictement décroissante tandis que $g\circ f$ est strictement croissante.	**التمرين 3** بين أنه توجد دالتان $f, g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ بحيث تكون الدالة $f\circ g$ تناقصية قطعا بينما تكون الدالة $g\circ f$ تزايدية قطعا .
Exercice 4 (Irland - Maroc CP) soient a,b,c,d,m et n des entiers naturels non nuls tels que : $a^2+b^2+c^2+d^2=1989$ et $a+b+c+d=m^2$ et $n^2=\max\{a,b,c,d\}$. Déterminer les valeurs de m et n .	**التمرين 4** لتكن a,b,c,d,m و n أعدادا صحيحة طبيعية غير منعدمة بحيث: $a^2+b^2+c^2+d^2=1989$ و $a+b+c+d=m^2$ و $n^2=\max\{a,b,c,d\}$ حدد قيم العددين m و n .