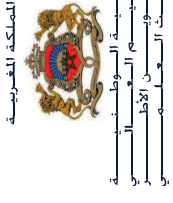




أولمبياد الرياضيات 2011

الفرض السادس الخاص بالسنة الثانية بكالوريا علوم رياضية الجمعة 06 ماي 2011



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين
المهني والتعليم العالي والبحث
العلمي

Exercice 1

Trouver tous les entiers x, y et z vérifiant :

$$x + y + z = 4022 \quad \text{et} \quad x^2 + y^2 + z^2 = 2(yz + 1).$$

التمرين 1

أوجد جميع الأعداد الصحيحة x و y و z التي تحقق :

$$x^2 + y^2 + z^2 = 2(yz + 1) \quad \text{و} \quad x + y + z = 4022.$$

Exercice 2 (SA-Austrian training camp 2009)

Soient a, b et c trois nombres réels strictement positifs .

$$\text{Montrer que } \sqrt{a^2 + b^2} - \sqrt{2ab} + \sqrt{b^2 + c^2} - \sqrt{2bc} \geq \sqrt{a^2 + c^2}$$

التمرين 2

لتكن a و b و c ثلاثة أعداد حقيقية موجبة قطعاً

$$\sqrt{a^2 + b^2} - \sqrt{2ab} + \sqrt{b^2 + c^2} - \sqrt{2bc} \geq \sqrt{a^2 + c^2}$$

Exercice 3 (SMO 2010 MC)

Un tournoi de tennis a eu au moins trois participants. Lors du tournoi, chaque deux joueurs ont joué exactement une fois l'un contre l'autre et chaque joueur a gagné au moins un match.

Montrer qu'il existe trois joueurs A, B, C tels que A a battu B , B a battu C et C a battu A .

التمرين 3

شارك في بطولة للتنس ما لا يقل عن ثلاثة مشاركين، خلال البطولة كل لاعبين اثنين لعبا مرة واحدة فقط ضد بعضهما البعض، وفاز كل لاعب في مباراة واحدة على الأقل.

بين أنه توجد ثلاثة لاعبين A و B و C بحيث فاز A على B وفاز B على C وفاز C على A .

Exercice 4 (SA-Austrian training camp 2009)

Cinq points A, B, C, D et E sont, dans cet ordre, sur un cercle de rayon r tels que $AC = BD = CE = r$. Soient P, Q et R les orthocentres des triangles ACD, BCD et BDE .
Montrer que le triangle PQR est rectangle.

التمرين 4

نعتبر، في هذا الترتيب، خمس نقط A و B و C و D و E من دائرة شعاعها r . بحيث $r = AC = BD = CE$. لنكن P و Q و R مراكز تعامد المثلثات ACD و BCD و BDE .
بين أن المثلث PQR قائم الزاوية.