المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين
جهة :واوي الرهب الكبرة
النيابة الإقليمية لواوي الرهب

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⵜⴰⵔⴰⵢⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴷ ⵓⵙⵎⵙⵓⵙⵙⵓ
ⵏ ⵜⵣⵏⴰⵜ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴰⵎⵙⵙⵓⵔⵓ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴷ ⵓⵙⵎⵙⵓⵙⵙⵓ
ⵏ ⵜⵣⵏⴰⵜ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ ⴰⵎⵙⵙⵓⵔⵓ

أولمبياد الرياضيات للمستوى الثالثة ثانوي إعدادي

المرحلة النهائية

الجمعة 24 أبريل 2015 - مدة الإنجاز: 2h -

التنقيط

التمـــــرين الأول: (5,5 نقط)

ليكن x عدد حقيقي

2ن 1) بين أن المعادلة : $x^2+x+1=0$ لاتقبل أي حل .

2.5ن 2) عمل التعبير : x^3-1 .

1ن 3) استنتج حلول المعادلة : $x^3-1=0$

التمـــــرين الثانـي: (5 نقط)

5ن a و b و c أعداد حقيقية حيث : $a\geq\frac{-1}{2}$ و $b\geq\frac{-1}{2}$ و $c\geq\frac{-1}{2}$ و $a+b+c=1$.

بين أن : $\sqrt{2a+1}+\sqrt{2b+1}+\sqrt{2c+1}\leq 4$.

التمـــــرين الثالث: (5 نقط)

نعتبر المثلث ABC حيث الزاوية $C\hat{A}B$ زاوية حادة

و H المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB)

3ن 4) أكتب المسافة BH بدلالة AC و AB و $C\hat{A}B$ ثم CH بدلالة AC و $C\hat{A}B$.

2ن 5) برهن ان : $BC^2=AC^2+AB^2-2AC\times AB\times\cos\left(C\hat{A}B\right)$

(هذه العلاقة تسمى مبرهنة الكاشي .)

التمـــــرين الرابع: (4,5 نقط)

4ن من بين المستطيلات التي لها نفس المحيط ، بين أن المربع هو أكبرها مساحة .

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
الأكاديمية الجهوية للتربية و التكوين
جهة :واوي الرهب الكبرى
النيابة الإقليمية لواوي الرهب

ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵜⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔⵉ
ⵜⴰⵔⴰⵎⴰⵜ ⵏ ⵜⵙⴷⴰⵡⵉⵜ ⴰⵙ ⵜⵎⵙⵙⵓⵔⵜ
ⵏ ⵜⵏⵏⴰⵢⵏⵜ ⵏ ⵡⴰⵡⵉ ⵍⵔⵀⴱ ⵜⴰⴽⵡⵔⵜ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵡⴰⵡⵉ ⵍⵔⵀⴱ ⵜⴰⴽⵡⵔⵜ

أولمبياد الرياضيات للمستوى الثالثة ثانوي إعدادي
المرحلة النهائية
التصحيـــح

من انجاز الأستاذ - علي الغـوفي -

التنقيط

التمـــــرين الأول: 5,5 نقط

x عدد حقيقي

1) بين أن المعادلة : $x^2+x+1=0$ لاتقبل أي حل .

2ن
- استعمال المتطابقة الهامة واشارة القوة ذات الأس الزوجي

$$x^2+x+1=\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$$

$$\left(x+\frac{1}{2}\right)^2=-\frac{3}{4}$$

العدد $\left(x+\frac{1}{2}\right)^2$ عدد موجب ، إذن المعادلة ليس لها حل

2) عمل التعبير : x^3-1 .

2.5ن
$$x^3-1=x^3-x^2+x^2-x+x-1$$
$$=(x-1)\left(x^2+x+1\right)$$

1ن 3) حل المعادلة : $x^3-1=0$ هو حل المعادلة : $x-1=0$

التمـــــرين الثاني: 5 نقط

a و b و c أعداد حقيقية حيث : $a\geq\frac{-1}{2}$ و $b\geq\frac{-1}{2}$ و $c\geq\frac{-1}{2}$ و $a+b+c=1$.

بين أن : $\sqrt{2a+1}+\sqrt{2b+1}+\sqrt{2c+1}\leq 4$.

- المقارنة باستعمال القاعدة : $a\leq b$ يعني : $a+c\leq b+c$ و باستعمال الجذر المربع

$$2a+1\leq a^2+2a+1$$
$$2a+1\leq(a+1)^2$$

5ن

وبما أن : $a\geq\frac{-1}{2}$ إذن : $\boxed{\sqrt{2a+1}\leq a+1}$

وبالتالي : $\boxed{\sqrt{2a+1}+\sqrt{2b+1}+\sqrt{2c+1}\leq 4}$

التمـــــرين الثالث:

5 نقط

نعتبر المثلث ABC حيث الزاوية $C\hat{A}B$ زاوية حادة

و H المسقط العمودي للنقطة C على المستقيم (AB)

3ن 1) أكتب المسافة CH و BH بدلالة AC و AB و $\cos\left(C\hat{A}B\right)$.

$$BH = AB - AC \times \cos\left(C\hat{A}B\right)$$

$$CH = AC \times \sin\left(C\hat{A}B\right)$$

2) برهن ان : $BC^2 = AC^2 + AB^2 - 2AC \times AB \times \cos\left(C\hat{A}B\right)$

2ن يمكن استعمال النتيجة : $BC^2 = BH^2 + CH^2$

التمـــــرين الرابع

4,5 نقط

من بين المستطيلات التي لها نفس المحيط ، بين أن المربع هو أكبرها مساحة .

ليكن a وb بعدي مستطيل و c طول ضلع المربع و P محيطهما و S مساحة المربع و S' مساحة المستطيل

للمستطيلات نفس المحيط يعني :

$$2(a+b) = 4c$$

$$\boxed{a+b = 2c}$$

$$(a-b)^2 > 0$$

$$(a+b)^2 > 4ab$$

4ن $$(2c)^2 > 4ab$$

$$c^2 > ab$$

$$\boxed{S > S'}$$